

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 15 Μαΐου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελίδα 88 σχολικού βιβλίου

A2. α) Λ

β) Σ

γ) Σ

δ) Σ

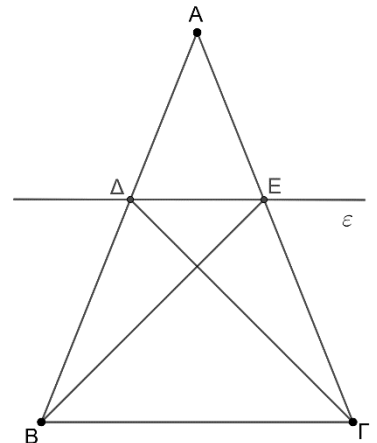
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

A1. Επειδή το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ισχύει $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Επειδή $DE \parallel B\Gamma$, το τετράπλευρο $DE\Gamma B$ είναι τραπέζιο, του οποίου οι προσκείμενες γωνίες στη βάση $B\Gamma$ είναι ίσες.

Επομένως το τετράπλευρο $DE\Gamma B$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



A2. Επειδή $\varepsilon \parallel B\Gamma$ ισχύουν: $\hat{A\Delta E} = \hat{B}$ και $\hat{A\hat{E}\Delta} = \hat{\Gamma}$ (ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων DE και $B\Gamma$ που τέμνονται από τις AB και AG αντίστοιχα). Όμως $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ άρα $\hat{A\Delta E} = \hat{A\hat{E}\Delta}$ κι έτσι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

A3. Τα τρίγωνα ABE και $AD\Gamma$ έχουν:

$$AB = A\Gamma \text{ (} AB\Gamma \text{ ισοσκελές)}$$

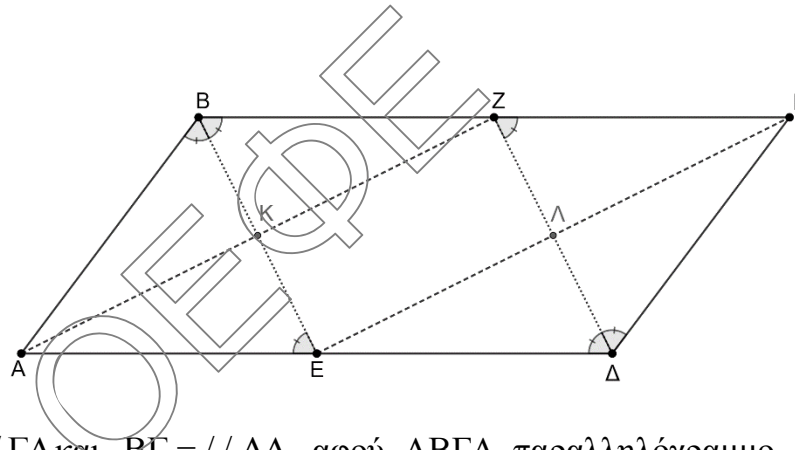
$$AE = A\Delta \text{ (} A\Delta E \text{ ισοσκελές)}$$

$$\hat{B}AE = \hat{\Delta}A\Gamma \text{ (κοινή γωνία)}$$

Οπότε από το κριτήριο ισότητας τριγώνων Π-Γ-Π είναι ίσα

Παρατήρηση. Η επίλυση των ερωτημάτων μπορεί να γίνει με οποιαδήποτε σειρά, οπότε μπορούν τα παιδιά να τα λύσουν με διαφορετικούς τρόπους.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $B\Gamma \parallel A\Delta$ αφού $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο. Επίσης επειδή $A\Delta = 2AB$ προκύπτει ότι $AB = \Gamma\Delta = \frac{A\Delta}{2} = \frac{B\Gamma}{2}$.

Η BE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ οπότε $\hat{A}BE = \hat{E}BZ$. Επίσης $\hat{E}BZ = \hat{A}EB$ ως εντός εναλλάξ των $B\Gamma \parallel A\Delta$, άρα $\hat{A}BE = \hat{A}EB$ και το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές με $AB = AE = \frac{A\Delta}{2}$, οπότε E μέσο $A\Delta$.

Όμοια η ΔZ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$ οπότε $\hat{\Gamma}\Delta Z = \hat{Z}\Delta E$. Επίσης $\hat{Z}\Delta E = \hat{\Delta}Z\Gamma$ ως εντός εναλλάξ των $B\Gamma \parallel A\Delta$, άρα $\hat{\Delta}Z\Gamma = \hat{\Gamma}\Delta Z$ και το τρίγωνο $\Gamma\Delta Z$ είναι ισοσκελές με $\Gamma Z = \Gamma\Delta = AB = \frac{A\Delta}{2} = \frac{B\Gamma}{2}$, οπότε Z μέσο $B\Gamma$.

Γ2. Επειδή Z και E μέσα των ίσων πλευρών $B\Gamma$ και $A\Delta$ τότε $BZ\Delta E$ παραλληλόγραμμο διότι $BZ = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{A\Delta}{2} = E\Delta$ και $BZ \parallel E\Delta$.

Γ3. Στο τετράπλευρο ABZE είναι $BZ \parallel AE$, διότι Z, E μέσα των ίσων πλευρών BG και AD, άρα το ABZE είναι παραλληλόγραμμο. Επιπλέον οι διαδοχικές πλευρές AB και BZ είναι ίσες διότι $AB = \frac{BG}{2} = BZ$ άρα το ABZE είναι ρόμβος.

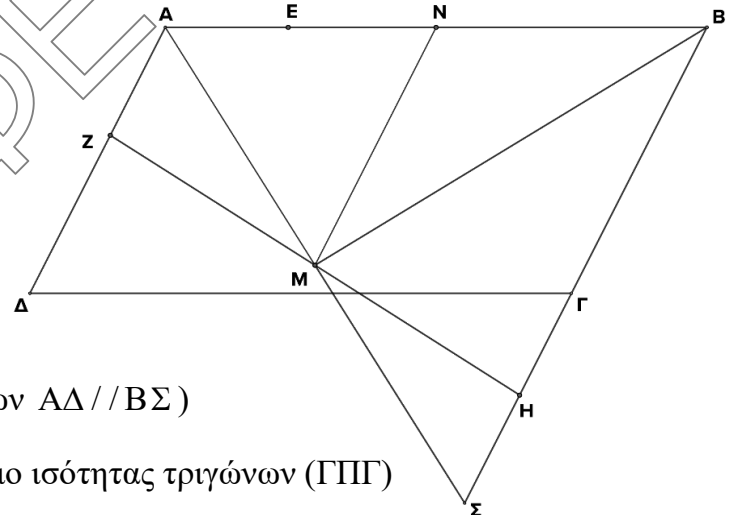
Γ4. Είναι $ZG \parallel AE$ αφού Z, E μέσα των $AB \parallel GD$, άρα AEGZ παραλληλόγραμμο. Επειδή το ABZE είναι ρόμβος θα είναι $BE \perp AZ$, οπότε $\angle KZ = 90^\circ$. Τελικά, το KZΛΕ είναι ρόμβος γιατί είναι παραλληλόγραμμο με μια ορθή γωνία.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Συγκρίνω τα τρίγωνα AMZ και MHΣ

1. $ZM = MH$ (M μέσο ZH)
2. $\angle ZMA = \angle H\hat{M}\Sigma$ (ως κατακορυφήν)
3. $\angle AZM = \angle M\hat{H}\Sigma$ (ως εντός εναλλάξ των $AD \parallel B\Sigma$)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα από το κριτήριο ισότητας τριγώνων (ΓΠΓ)



Δ2. Το AZHB είναι τραπέζιο διότι $AZ \parallel BH$ και επειδή η MN είναι

$$\text{διάμεσος του τραpezίου τότε: } MN = \frac{AZ + BH}{2} = \frac{AE + EB}{2} = \frac{AB}{2}$$

Δ3. Στο τρίγωνο AMB, η MN είναι διάμεσος και είναι ίση με το μισό της πλευράς AB που αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο AMB είναι ορθογώνιο στο M, δηλαδή $\angle AMB = 90^\circ$.

Δ4. Στο τρίγωνο ABΣ, η MB είναι διάμεσος ($AM = M\Sigma$) και ύψος ($MB \perp AB$) άρα το τρίγωνο ABΣ είναι ισοσκελές.

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021**
Β' ΦΑΣΗ**E_3.Γλ1Α(α)**

**** Εναλλακτικά για τα ερωτήματα Δ2-Δ3-Δ4 μπορούμε να πούμε ότι:**

Από το Δ1 προκύπτει ότι $AZ = HΣ$, άρα $AB = BE + EA = BH + HΣ = BΣ$. Συνεπώς $AB = BΣ$ άρα $ABΣ$ ισοσκελές τρίγωνο.

Δ2. Επειδή M, N μέσα των $ΑΣ$ ($AM = ΜΣ$) και AB , τότε MN διάμεσος του τραπεζίου $AZHB$ άρα $MN = \frac{AB}{2}$.

Δ3. Επειδή BM διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου $ABΣ$ άρα $\hat{A}MB = 90^\circ$.

Δ4. Απαντήθηκε έμμεσα στο Δ1.

